Instrumentação e Controle

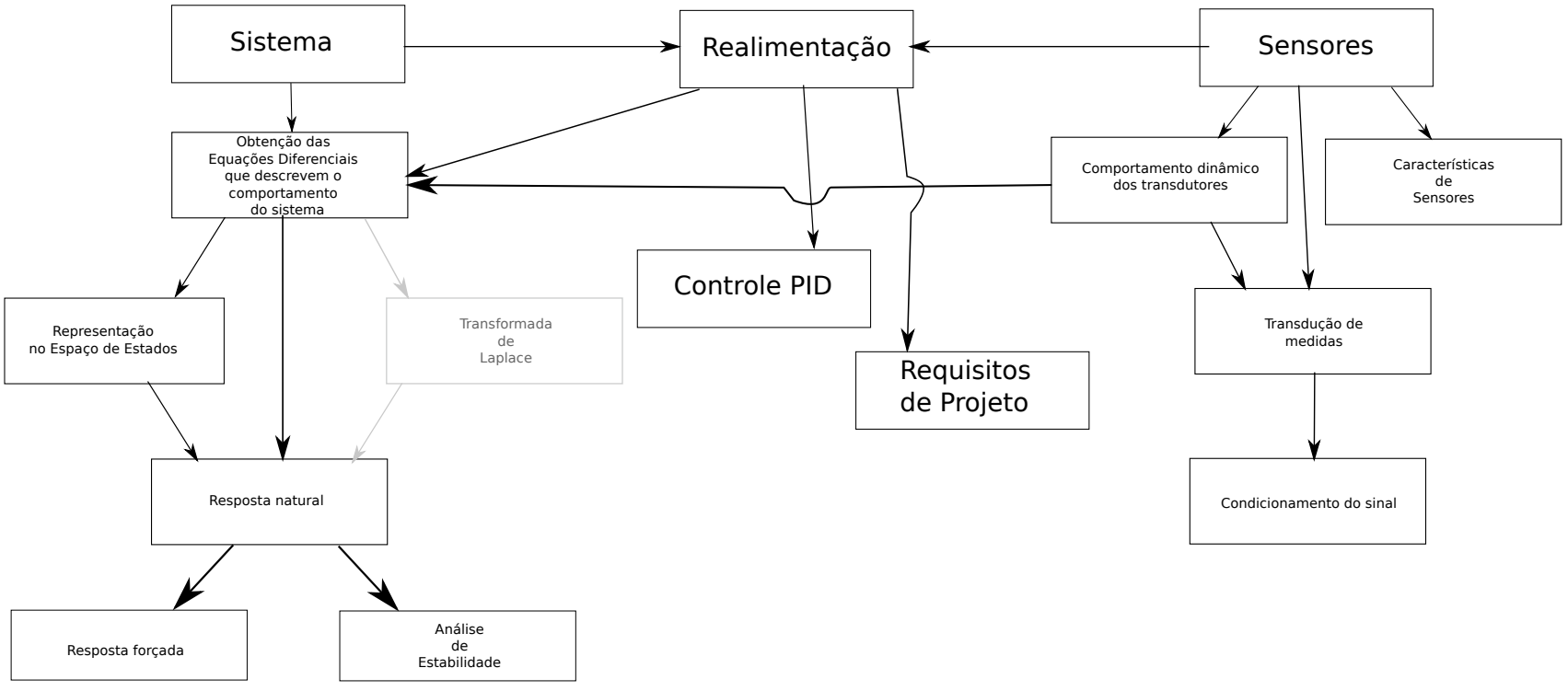
Aula 14

Finalização

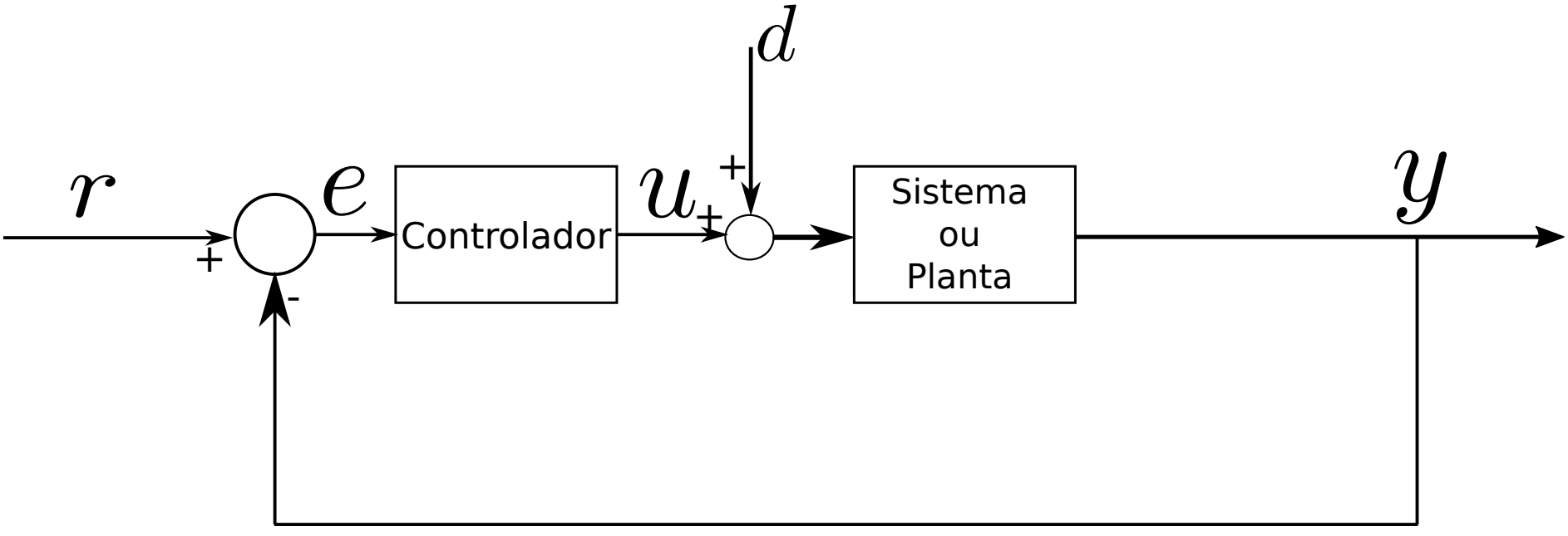
Prof. Renato Watanabe

ESTO004-17

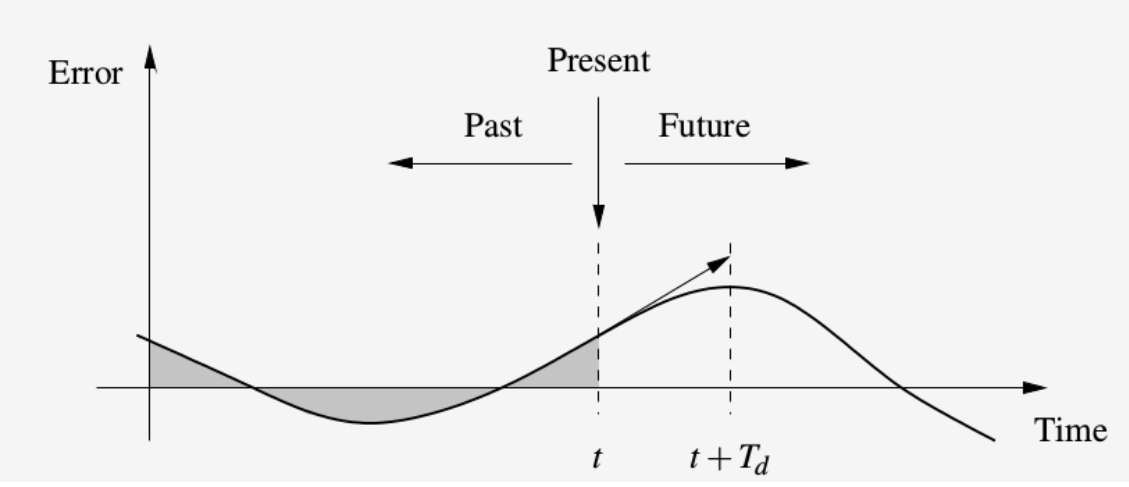
Onde estamos no curso



Onde estamos no curso

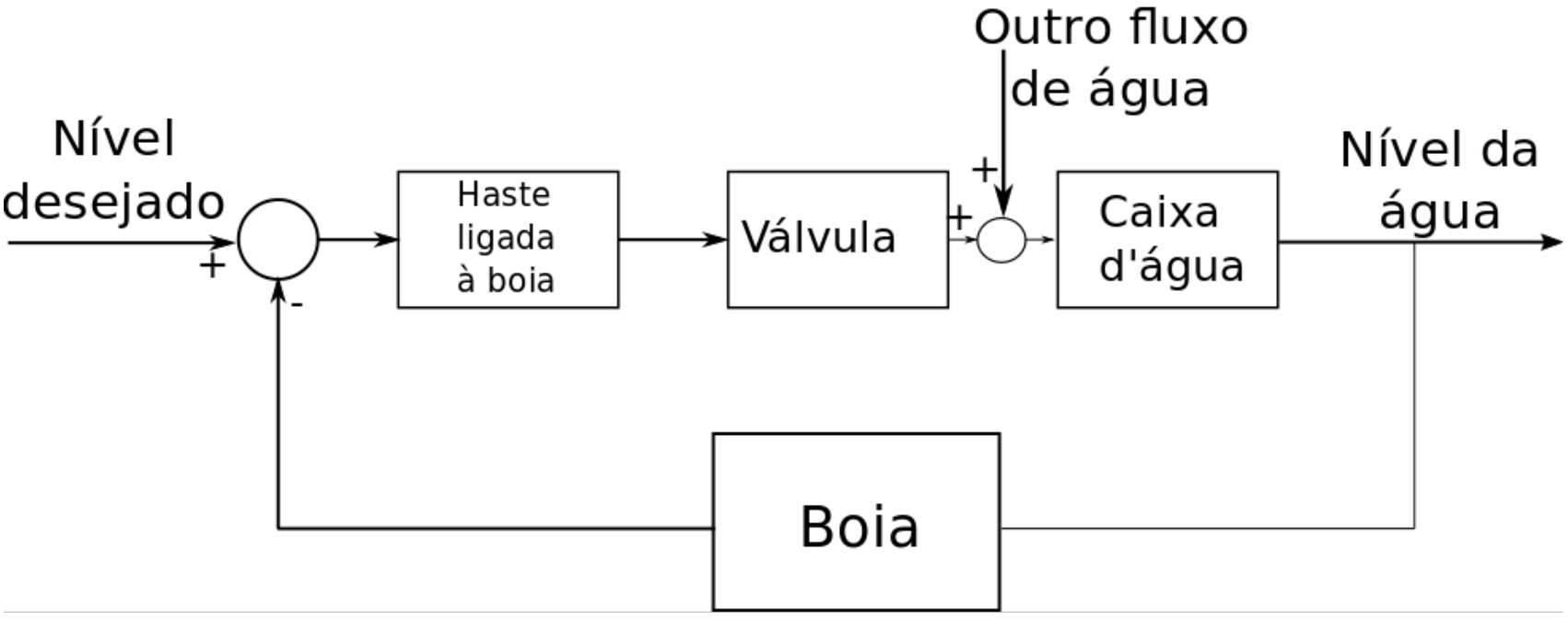


Controle PID

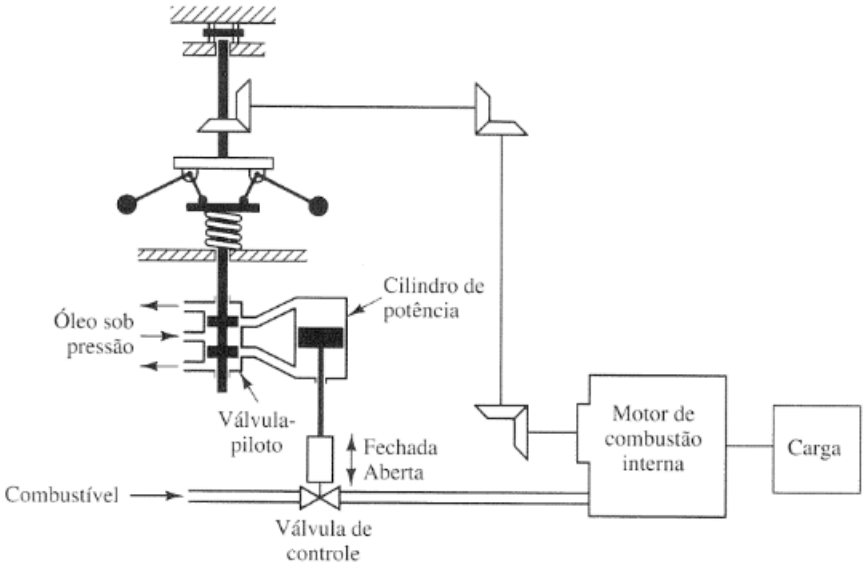


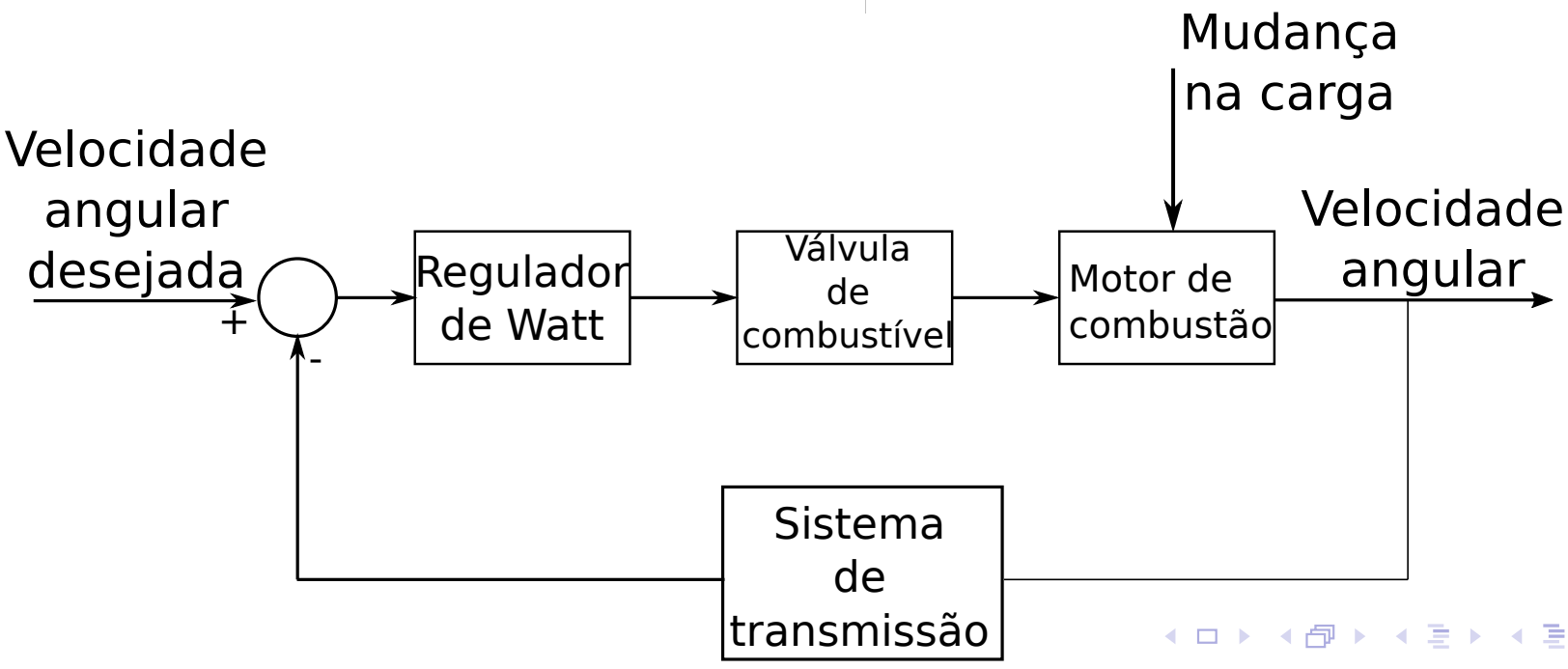
$$u(t) = \underbrace{K_p(r(t) - y(t))}_{P} + \underbrace{K_i \left(\int r(t)\,dt - \int y(t)\,dt \right)}_{I} + \underbrace{K_d \left(\frac{dr}{dt} - \frac{dy}{dt} \right)}_{D}$$

Controle de nível de uma caixa d'água

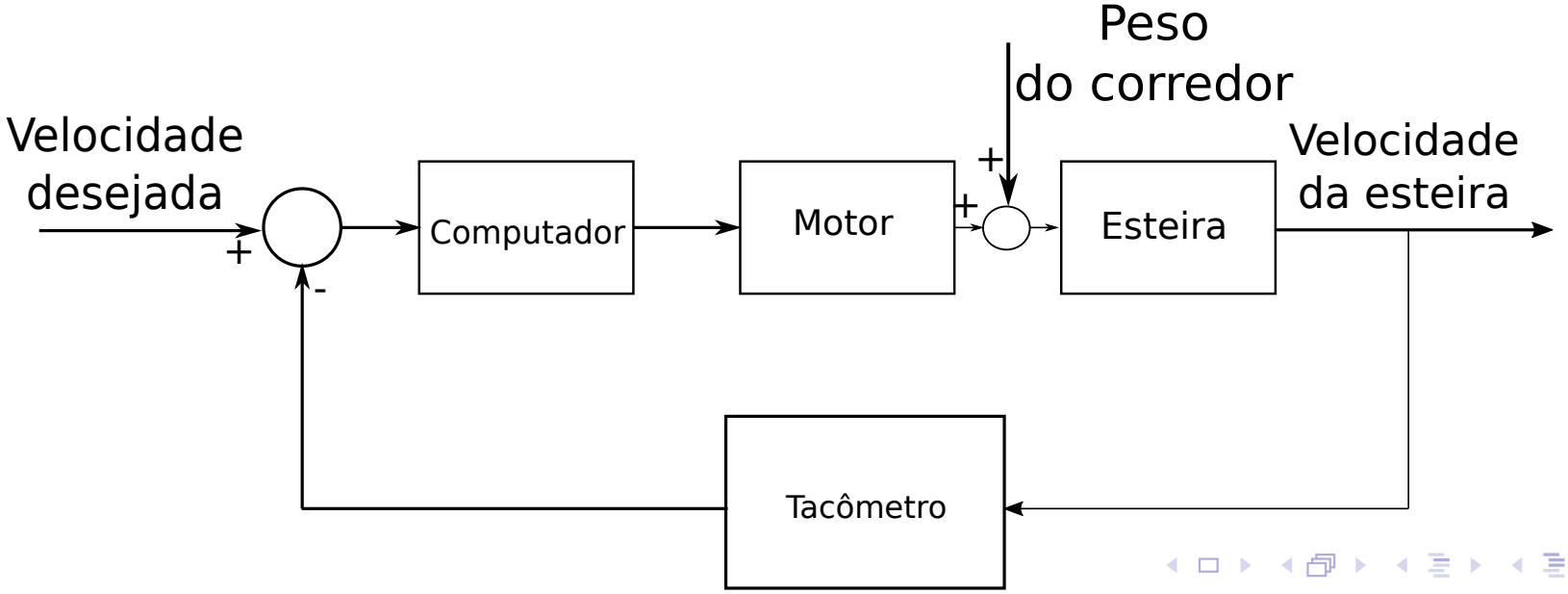


Regulador de Watt

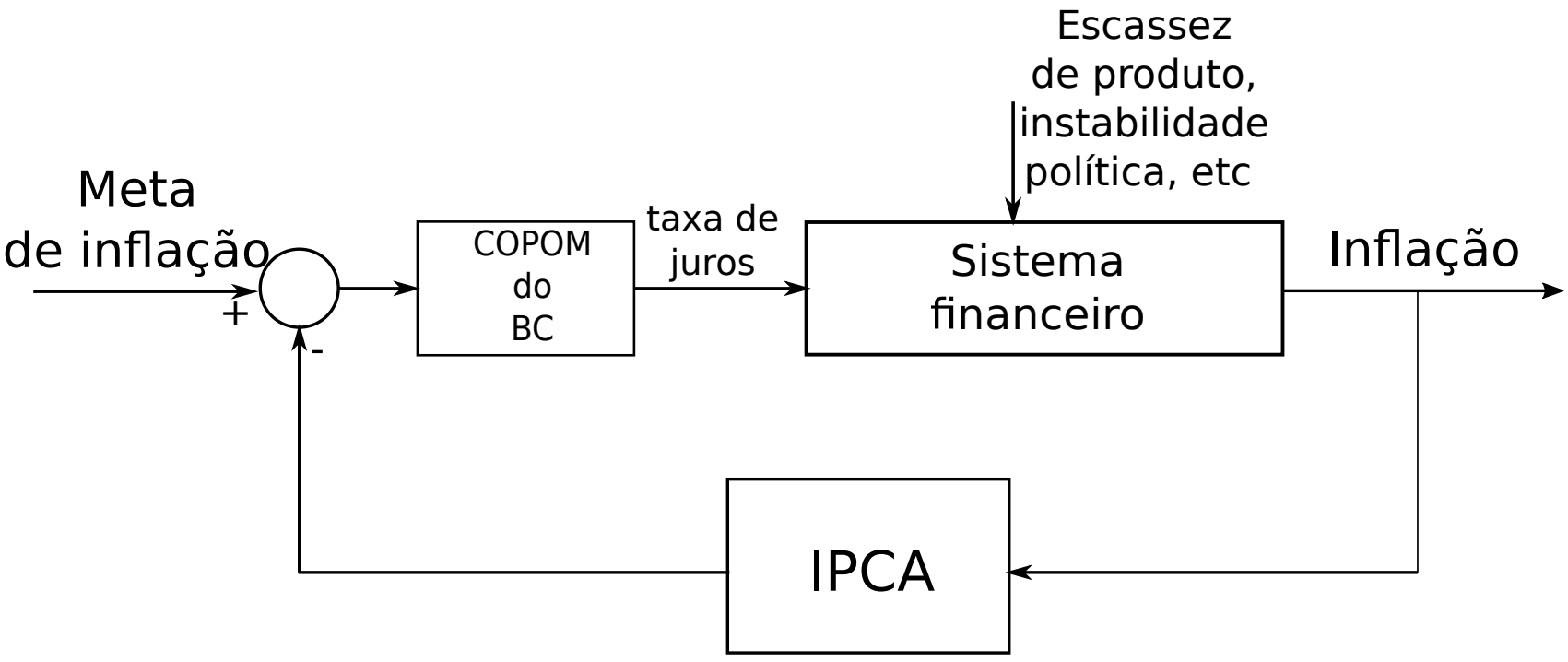




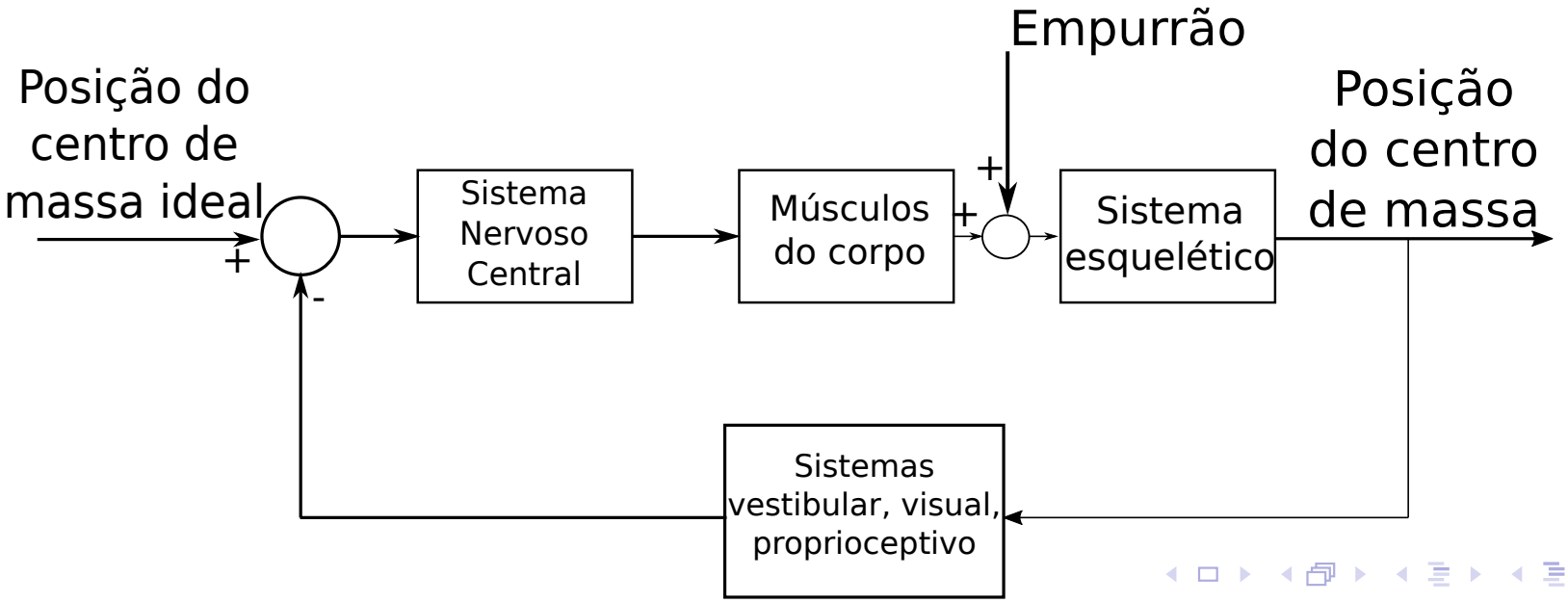
Controle de velocidade de esteira



Controle de inflação



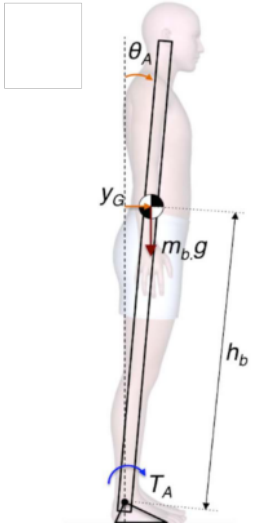
Controle da postura ereta



Outros exemplos

https://www.youtube.com/watch?v=M8YjvHYbZ9w
https://www.youtube.com/watch?v=ru4JIZ-x8yo
https://www.youtube.com/watch?v=ScjyYj7UdsM

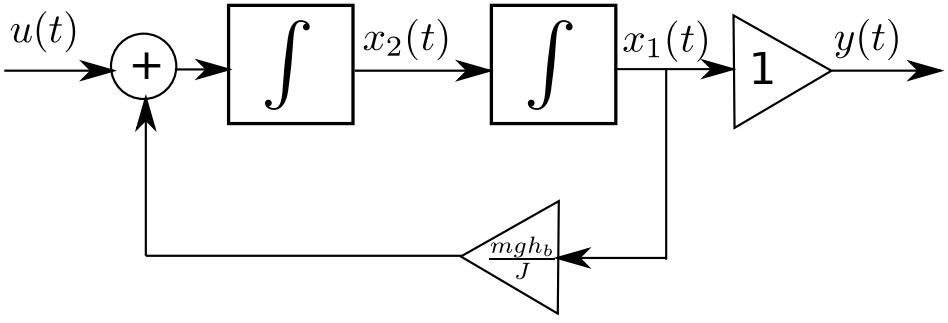
Pêndulo Invertido



$$g = \pi^2 \text{ m/s}$$
$$h_b = 0.85 \text{ m}$$
$$m = 70 \text{ kg}$$
$$J = \frac{mh_b^2}{3} \text{ kg}$$

$$u(t) = T_a(t) \qquad x_1 = y(t)$$
$$y(t) = \theta(t) \qquad x_2 = \frac{dy}{dt}$$

Diagrama de Blocos



Equação diferencial

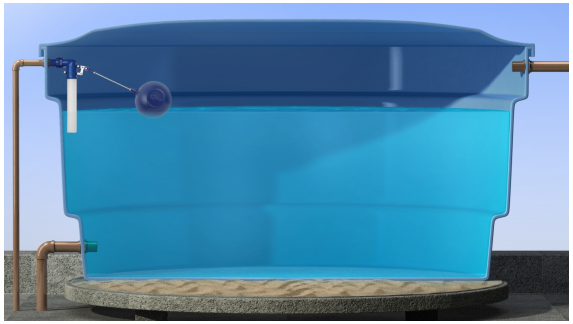
$$\frac{d^2y(t)}{dt^2} = \frac{mgh_b}{J}y(t) + u(t)$$

Espaço de Estados

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \frac{mgh_b}{J} & 0 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} .u(t)$$

$$y(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

Caixa d'água



$$u(t) = Q_e(t)$$

$$y(t) = h(t)$$

$$d(t) = Q_s(t)$$

$$x_1 = y(t)$$

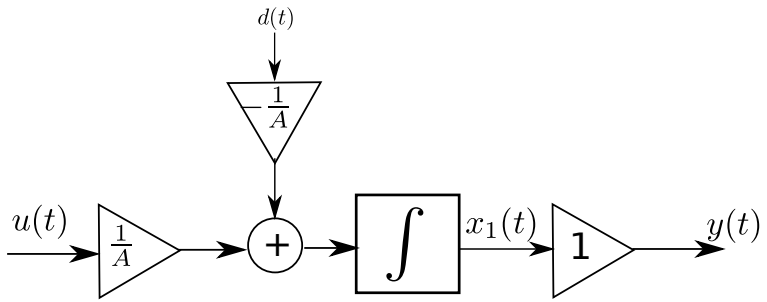
Diagrama de Blocos

$$\frac{dy(t)}{dt} = -\frac{1}{A}d(t) + \frac{1}{A}u(t)$$

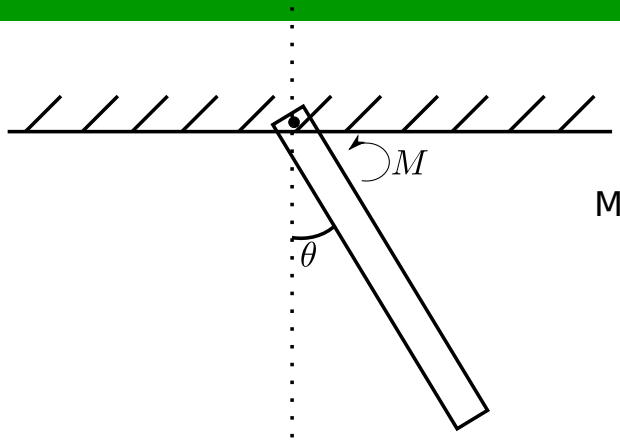
Espaço de Estados

$$\dot{x}_1 = 0.x_1 + \frac{1}{A}.u(t) - \frac{1}{A}d(t)$$

$$y(t) = 1.x_1$$



Pêndulo



Comprimento da barra: l

Massa da barra: m

Momento de inércia da barra: $J = \frac{ml^2}{3}$

$$u(t) = M(t)\; x_1 = y(t)$$

$$y(t) = \theta(t) \quad x_2 = \frac{dy}{dt}$$

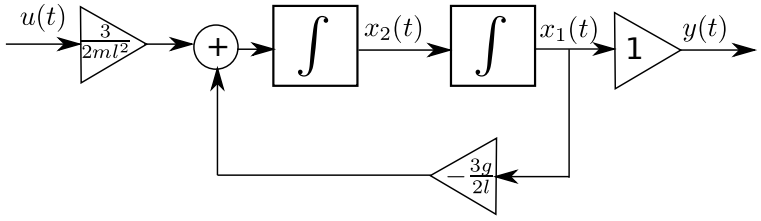
$$g = \pi^2 \text{ m/s}$$

$$l = 2 \text{ m}$$

$$m = 100 \text{ kg}$$

$$\frac{d^2y(t)}{dt^2} = -\frac{3g}{2l}y(t) + \frac{3}{2ml^2}u(t)$$

Diagrama de Blocos

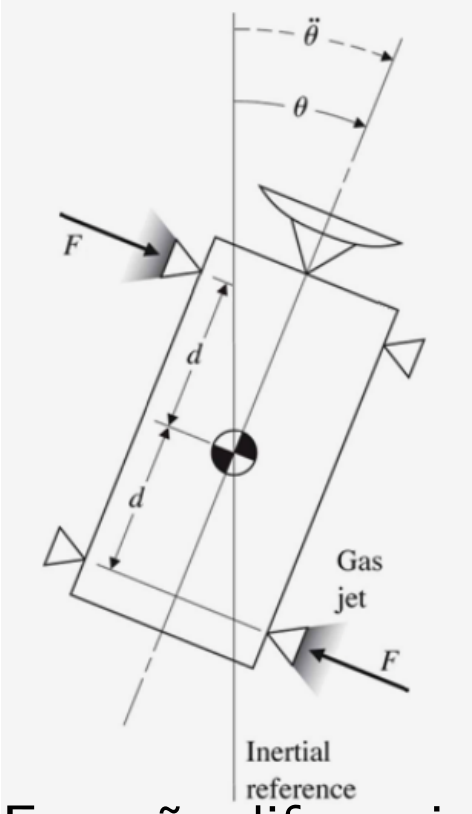


Espaço de Estados

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{3g}{2l} & 0 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{3}{2ml^2} \end{bmatrix} .u(t)$$

$$y(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

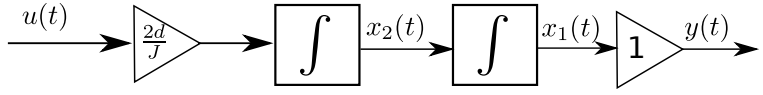
Controle de atitude de satélite



$$u(t) = F(t) \qquad x_1 = y(t)$$

$$y(t) = \theta(t) \qquad x_2 = \frac{dy}{dt}$$

Diagrama de Blocos



Equação diferencial

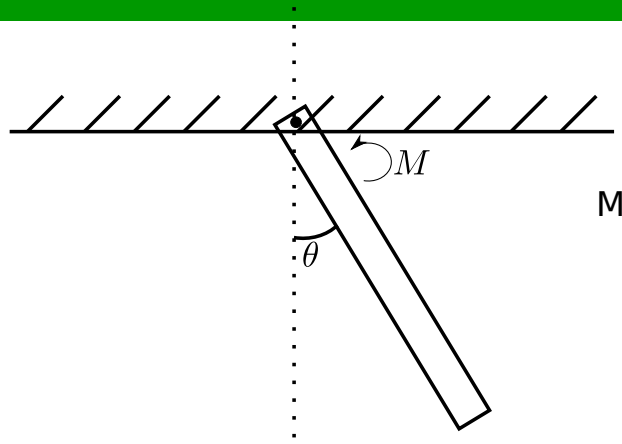
$$\frac{d^2y(t)}{dt^2} = \frac{2d}{J}u(t)$$

Espaço de Estados

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{3}{2ml^2} \end{bmatrix} .u(t)$$

$$\text{y(t)} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

Pêndulo com amortecimento



Comprimento da barra: l

Massa da barra: m

Momento de inércia da barra: $J = \frac{ml^2}{3}$

$$b = 3\pi \ \text{Ns/m}^2$$

$$g = \pi^2 \ \text{m/s}^2$$

$$l = 2 \ \text{m}$$

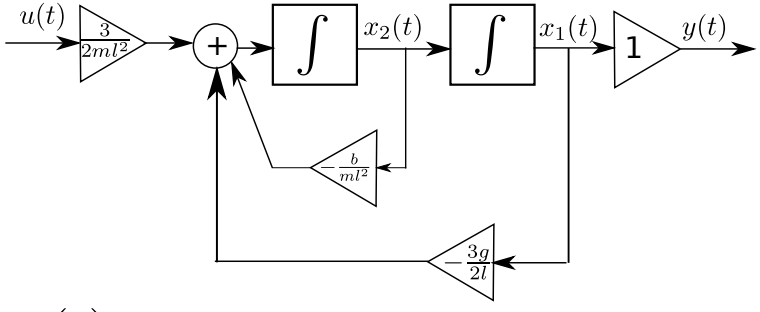
$$m = 100 \ \text{kg}$$

$$u(t) = M(t) \quad x_1 = y(t)$$

$$y(t) = \theta(t) \quad x_2 = \frac{dy}{dt}$$

$$\frac{d^2y(t)}{dt^2} = -\frac{3b}{ml^2}\frac{dy(t)}{dt} - \frac{3g}{2l}y(t) + \frac{3}{2ml^2}u(t)$$

Diagrama de Blocos

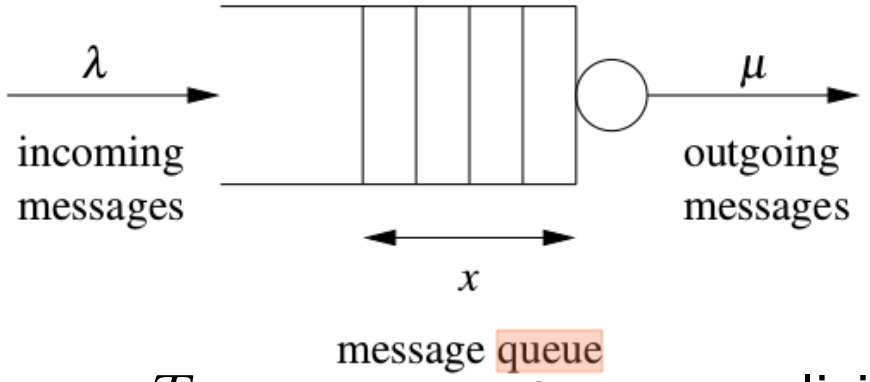


Espaço de Estados

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{3g}{2l} & -\frac{3b}{ml^2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{3}{2ml^2} \end{bmatrix} .u(t)$$

$$y(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

Pedidos em um servidor



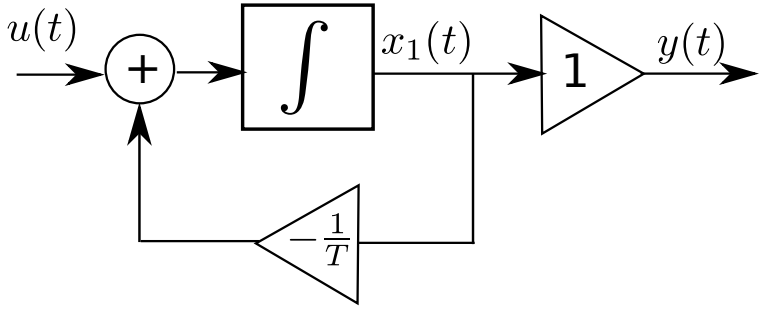
$$u(t) = \lambda(t)$$

$$y(t) = Q(t)$$
$$x_1 = y(t)$$

Tempo T para a executar uma solicitação.

$$\frac{dy(t)}{dt} = -\frac{1}{T}y(t) + u(t)$$

Diagrama de Blocos

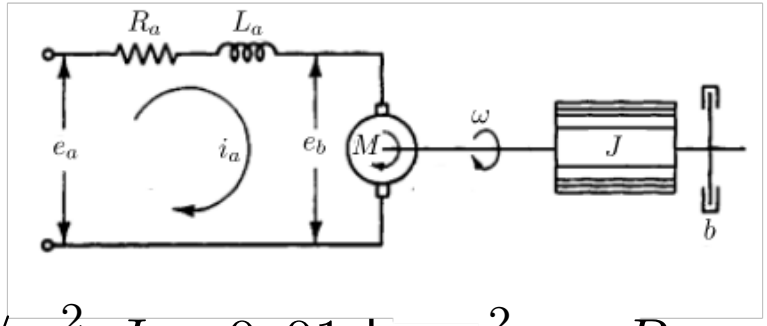


Espaço de Estados

$$\dot{x}_1 = -\frac{1}{T}x_1 + 1.u(t)$$

$$y(t) = 1.x_1$$

Motor DC



$$u(t) = e_a(t) \qquad x_1 = i_a(t)$$

$$y(t) = \omega(t) \qquad x_2 = y(t)$$

$b = 0,03$ Ns/m^2 $J = 0,01$ kg.m^2 $R_a = 0,5\Omega$

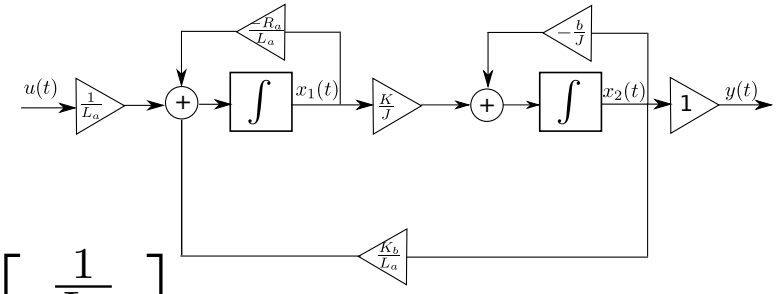
$L_a = 0,05$ H $K = 0,05$ N.m/A $K_b = 0,05$ V.s/rad

Equações diferenciais:

$$\frac{di_a(t)}{dt} = -\frac{R_a}{L_a} i_a(t) + \frac{K_b}{L_a} y(t) + \frac{1}{L_a} u(t)$$

$$\frac{dy(t)}{dt} = -\frac{b}{J} y(t) + \frac{K}{J} i_a(t)$$

Diagrama de Blocos

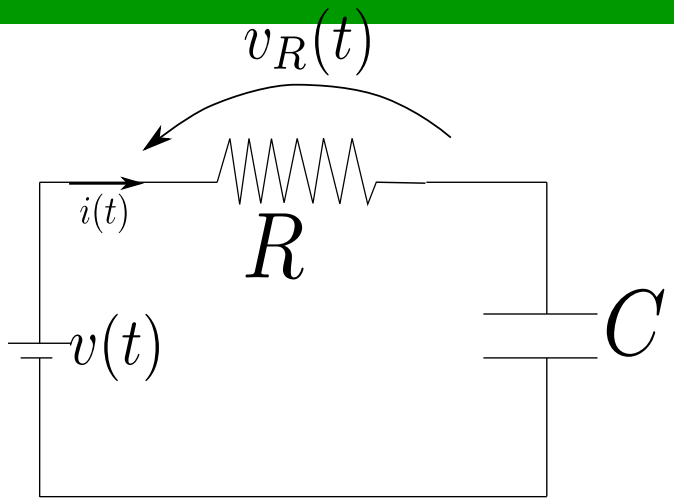


Espaço de Estados

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_a}{L_a} & \frac{K_b}{L_a} \\ \frac{K}{J} & -\frac{b}{J} \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L_a} \\ 0 \end{bmatrix} .u(t)$$

$$y(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

Circuito diferenciador



$$u(t) = v(t)$$

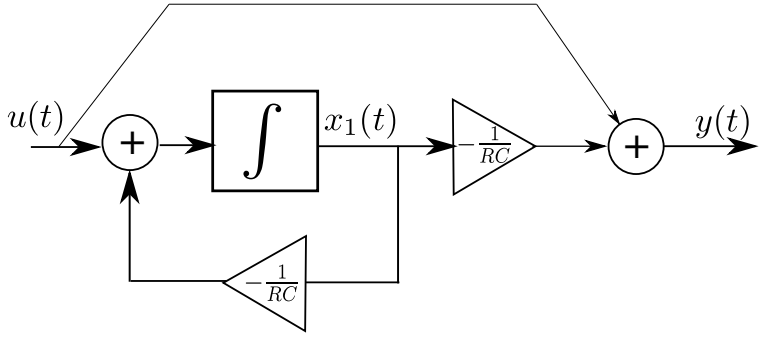
$$y(t) = v_R(t)$$

$$x_1 = i(t)$$

$$\frac{di(t)}{dt} = -\frac{1}{RC}i(t) + \frac{1}{R}\frac{du(t)}{dt}$$

$$y(t) = Ri(t)$$

Diagrama de Blocos

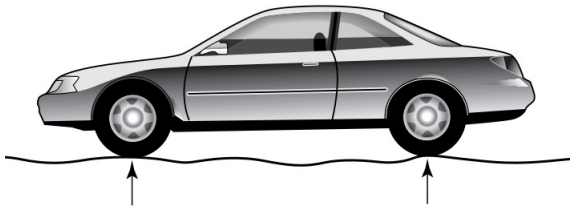


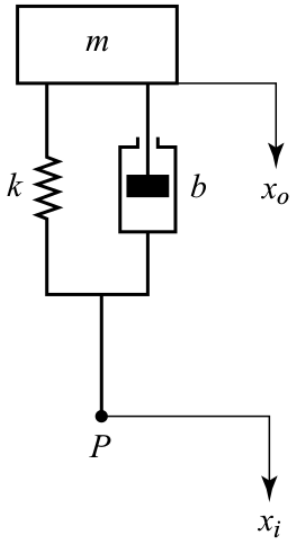
Espaço de Estados

$$\dot{x}_1 = -\frac{1}{RC}x_1 + 1.u(t)$$

$$y(t) = -\frac{1}{RC}.x_1 + 1.u$$

Sistema massa-mola-amortecedor





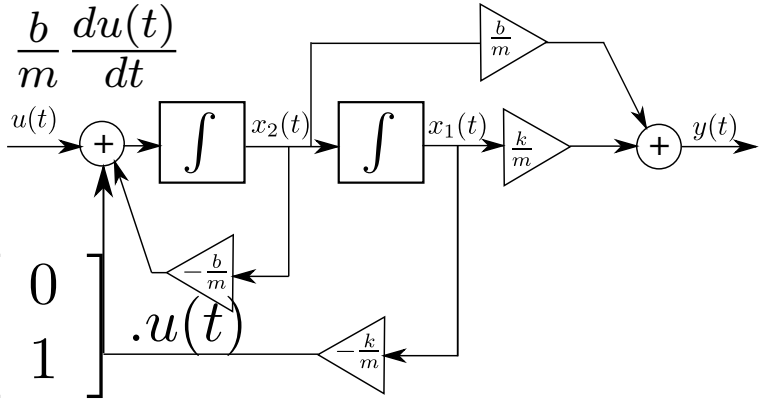
$$u(t) = x_i(t) \;\; x_1 = y(t)$$

$$y(t) = x_o(t) \;\; x_2 = \frac{dy}{dt}$$

Equação diferencial:

$$\frac{d^2y(t)}{dt^2} = -\frac{k}{m}y(t) - \frac{b}{m}\frac{dy(t)}{dt} + \frac{k}{m}u(t) + \frac{b}{m}\frac{du(t)}{dt}$$

Diagrama de Blocos



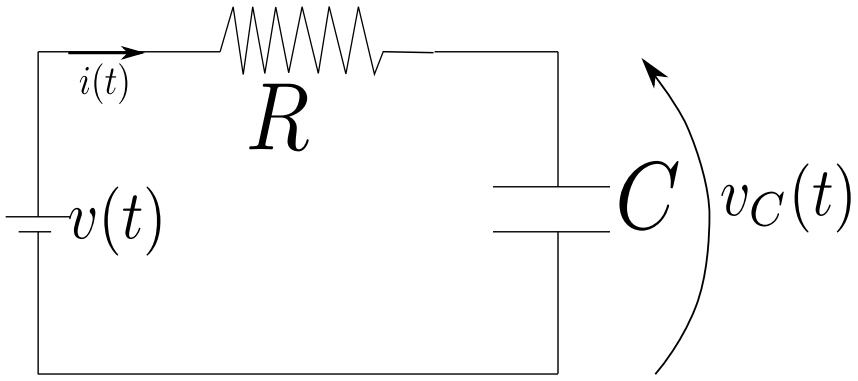
Espaço de Estados

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{K}{m} & -\frac{b}{m} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} .u(t)$$

$$y(t) = \begin{bmatrix} \frac{K}{m} & \frac{b}{m} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

Utilizar $k = 25$ N/m, $b = 300$ Ns/m e $m = 1000$ kg

Circuito integrador



$$u(t) = v(t)$$

$$y(t) = v_c(t)$$

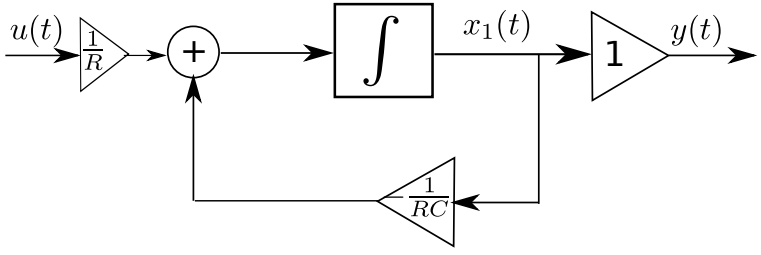
$$x_1 = y(t)$$

Equação Diferencial

$$\frac{di(t)}{dt} = -\frac{1}{RC} i(t) + \frac{1}{R} \frac{du(t)}{dt}$$

$$y(t) = \frac{1}{C} \int_{-\infty}^{t} i(t)\, dt$$

Diagrama de Blocos



Espaço de Estados

$$\dot{x}_1 = -\frac{1}{RC} x_1 + \frac{1}{RC} u(t)$$

$$y(t) = 1.x_1$$

Linha de montagem

Linha de montagem recebe ordem de taxa de produção de carros. O interesse é saber como o estoque de carros se comporta.

$$u(t) = o(t) x_1 = y(t)$$

$$y(t) = S(t) x_2 = P(t)$$

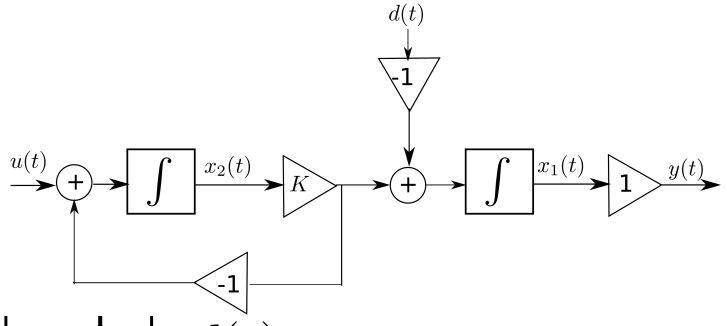
$$d(t) = v(t)$$

Equações diferenciais:

$$\frac{dy(t)}{dt} = KP(t) - d(t)$$

$$\frac{dP(t)}{dt} = -KP(t) + u(t)$$

Diagrama de Blocos



Espaço de Estados

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & K \\ 0 & -K \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} .u(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} .d(t)$$

$$y(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

Imunização

Uma fração α de uma população saudável é infectada por uma doença por dia. Entre a população infectada, uma fração γ se recupera e se torna imune e uma outra fração β falece. Parte da população saudável é imunizada a uma taxa v. O interesse é saber como a população infectada evolui ao longo do tempo.

$$u(t) = v(t)$$

$$y(t) = I(t)$$

$$x_1 = S(t)$$

$$x_2 = y(t)$$

$$x_3 = Im(t)$$

$$x_4 = M(t)$$

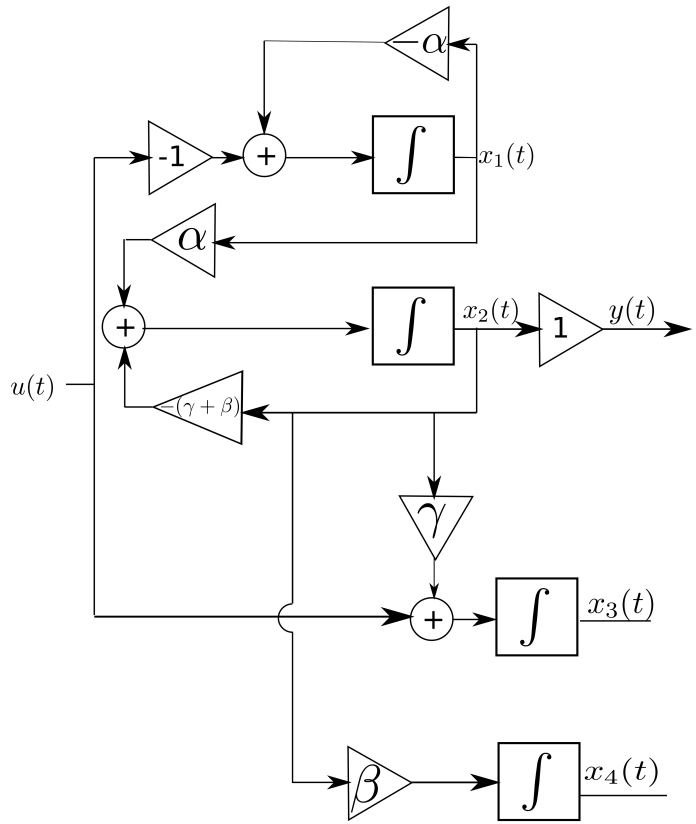
Equações Diferenciais

$$\frac{dS(t)}{dt} = -\alpha S(t) - u(t)$$

$$\frac{dy(t)}{dt} = \alpha S(t) - (\gamma + \beta) y(t)$$

$$\frac{dIm(t)}{dt} = u(t) + \gamma y(t)$$

$$\frac{dM(t)}{dt} = \beta y(t)$$



Espaço de Estados

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\alpha & 0 & 0 & 0 \\ \alpha & -(\gamma+\beta) & 0 & 0 \\ 0 & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & \beta & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} .u(t)$$

$$\text{y(t)} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} 0 x_1 0 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix}$$

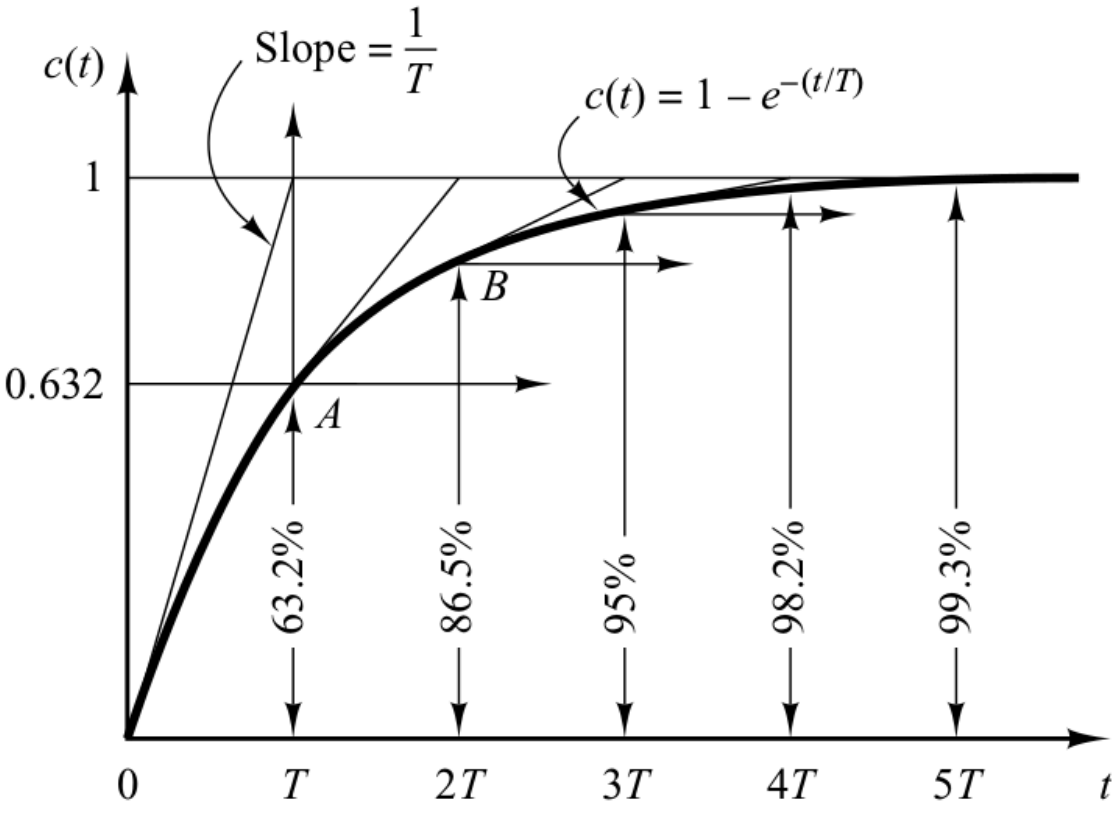
Requisitos de projeto

Estabilidade

Principal requisito, presente em todos os projetos de controle.
Em sistemas lineares, deve-se garantir que as raízes do polinômio característico esteja no lado esquerdo do plano imaginário.

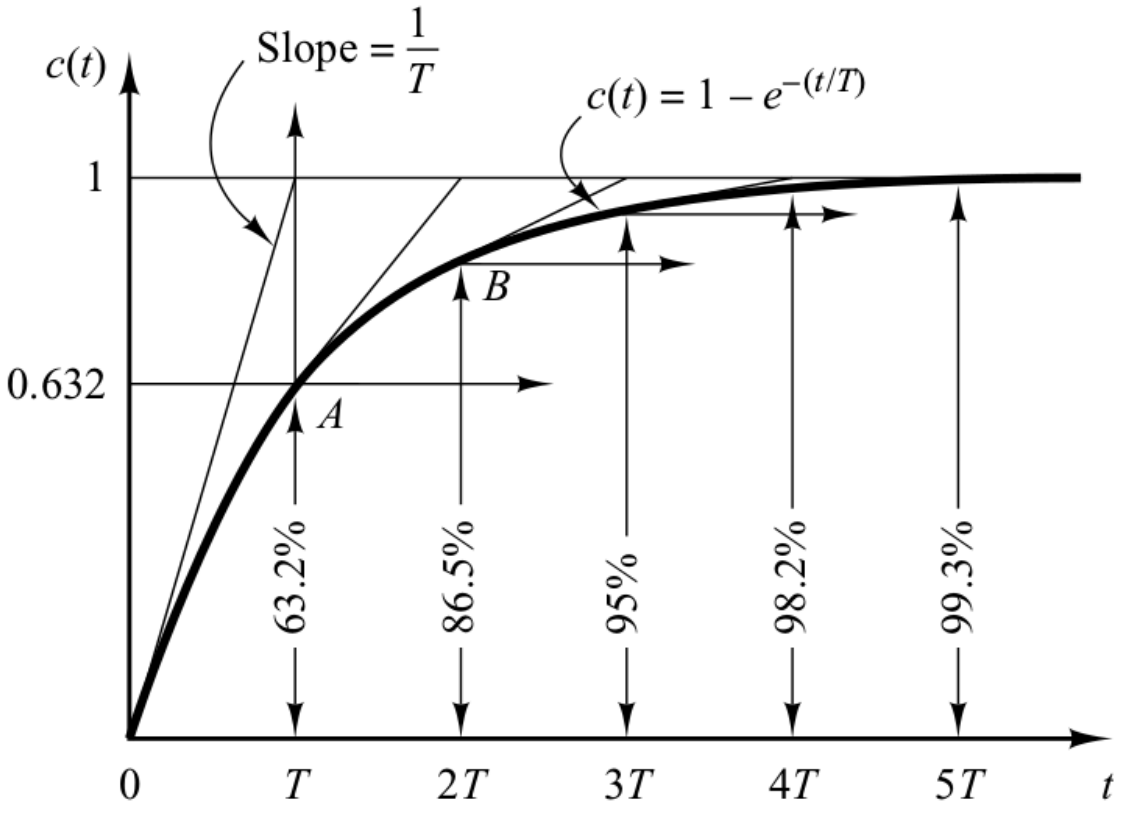
Requisitos de projeto

Constante de tempo



As constantes de tempo de um sistema são o inverso da parte real das raízes do polinômio característico (ou autovalores da matriz A). Deve-se garantir que a constante de tempo mais lenta do sistema realimentado satisfaça a necessidade.

Tempo de acomodação



O tempo de acomodação é tempo que a saída do sistema leva para atingir entre 5 % a 2 % do valor final. É o tempo que o sistema leva para atingir o regime permanente. Se considerar 5 %, $t_s = 3T$. Se considerar 2 %, $t_s = 4T$.

Requisitos de projeto

Erro estacionário

A diferença entre o valor de referência e o valor final da saída no regime permanente.